

Contrôle de mathématiques

Lycée : Louise Michel		Classe.....		Date : 11/05/17	
Nom :					
Prénom :					
Acquises	En cours	Non Acquises	CAPACITÉS	Score	
			Connaître la dérivée, les variations de logarithme népérien	/ 16	
			Déterminer des primitives, calculer des intégrales	/4	
				Total :	
				/20	

Exercice 1

Dans cet exercice, on s'intéresse aux coûts en économie

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$ par $g(x) = x - 1 - \ln(x)$.

- 1** Calculer $g'(x)$.
- 2** Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$.
- 3** Déterminer les extremums de la fonction g sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$.
- 4** En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : Étude d'un coût total

Le coût total de fabrication, en millier d'euros, de x centaines de litres d'un médicament est donné par : $C_T(x) = x^2 - 2 \ln x$ où $x \in [0, 25 ; 10]$.

- 1** Montrer que, pour tout $x \in [0, 25 ; 10]$, $C'_T(x) = 2g(x)$ où g est la fonction définie dans la **partie A**.
- 2** En déduire les variations de la fonction C_T sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$.
- 3**
 - a. Calculer la dérivée seconde de la fonction C_T .
 - b. Étudier la convexité de la fonction C_T sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$.
 - c. La courbe de la fonction C_T admet-elle des points d'inflexion ? Si oui, déterminer leurs coordonnées.
 - d. Interpréter les résultats des questions **b.** et **c.** en termes de rythme de croissance du coût total de fabrication.

Partie C : Étude d'un coût total

Pour une production de x centaines de litres, le coût moyen de production, en millier d'euros, d'une centaine de litres est donné par : $C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}$.

Le coût marginal, noté C_m , représente le coût, en millier d'euros, engendré par la dernière centaine de litres produite. En économie, le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total de fabrication.

- 1** Déterminer l'expression du coût moyen en fonction de la production x .
- 2**
 - a. Calculer $C'_M(x)$.
 - b. Étudier les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $[0, 25 ; 10]$.
- 3** Déterminer l'expression du coût marginal en fonction de la production x .
- 4** Vérifier que lorsque le coût moyen est minimal, il est égal au coût marginal.
Donner l'équation de la tangente à la courbe de C_T au point correspondant. Que remarque-t-on ?

REPENDRE AUX QUESTIONS A PARTIR D'ICI

Two columns of horizontal dotted lines for writing, separated by a vertical solid line.



